

重心を用いた近似式の導出方法

池田 壮利・川崎 凜大・吉田 海聖

抄録

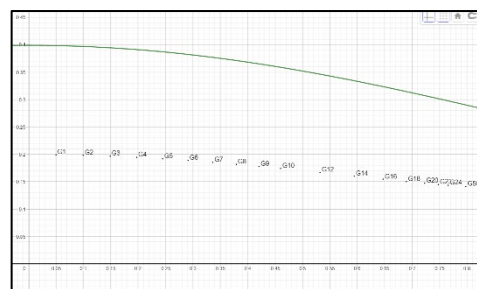
標準正規分布に従う確率変数 Z に対する確率 $P(0 \leq Z \leq u)$ の定義 $p(u) = \int_0^u \frac{e^{-x^2/2}}{\sqrt{2\pi}} dx$ から、標準正規分布表の値を出す方法は難しいため、より簡単に値を求める方法を考える。具体的には、 $p(u)$ の表す図形の重心の座標を求め、重心の位置がほぼ一直線となることを利用し、その直線の方程式に重心の座標の値を代入するなどして、 $p(u)$ の近似式を得る。その他、他の関数でもこの方法が応用できないかの検討を行っている。

1. 研究の背景と目的

重心に興味を持ち、調べている過程で① $y=f(x)$ と $x=u$ と x 軸、 y 軸で囲まれる図形の重心がほぼ一直線上に並ぶことに気づいた。この性質をもとに $p(u)$ の近似式が求められるのではないかと考え、研究を開始した。

2. 方法

重心の座標公式を用いて $p(u)$ の重心の座標の一般形を求め、各 u の値に対する重心から最適な近似直線を導き、その方程式に $p(u)$ の重心の一般形を代入し、 $p(u)$ について解く。この際、 u の値で場合分けを行い、 $p(u):p(\sqrt{2}u) = 1:a$ として式変形を行う。そして、 a の u についての関数を求め① $p(u)$ に代入して近似式を完成させる。



【 $y = f(x)$ と重心のグラフ】

3. 結果

$p(u)$ の近似式自体は導出でき、 $u \geq 0.6$ での誤差は小数第三位までに収まっている。これは実用に値する程度であると考えられるが $0 \leq u \leq 0.5$ の範囲においては誤差が大きかった。

4. 考察

$p(u)$ の近似式を、重心を用いて導出できたものの、一部の範囲で正確性がやや乏しかった。これは重心から近似直線を求める過程で生じるずれが原因だと考えられる。この範囲での正確性の低さを改善するための工夫が必要である。

5. 参考文献

坪井俊 他 13 名. 改訂版 数学 B. 数研出版, 2016.

標準正規分布表 | EXCEL で統計解析, エクセルマニア, 閲覧日 2021-1-10

<http://excel-mania.com/stat/ap1.html> (2021. 2. 15)